Projeção de Mercator

Ciências ULisboa

Gerardus Mercator

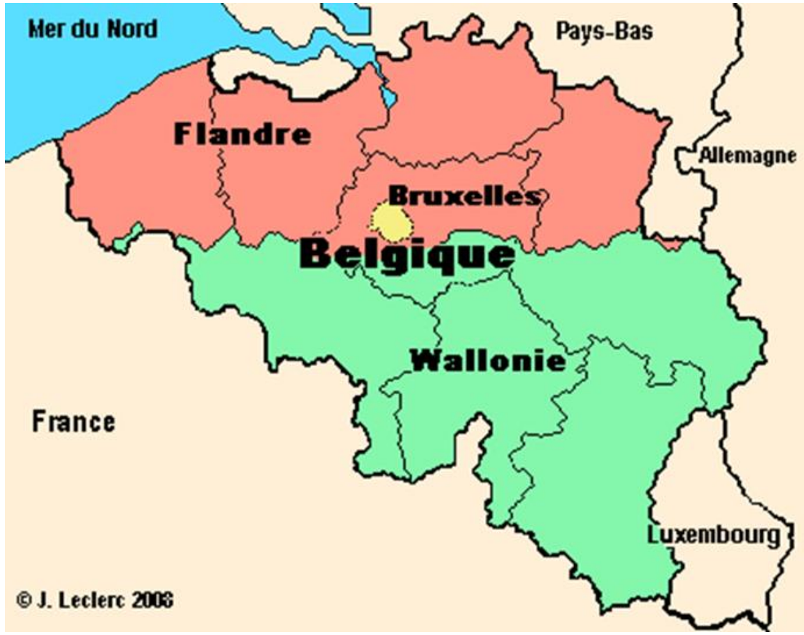
(Gerardo Kramer)

5 Março 1512 – 2 Dezembro 1594

Matemático

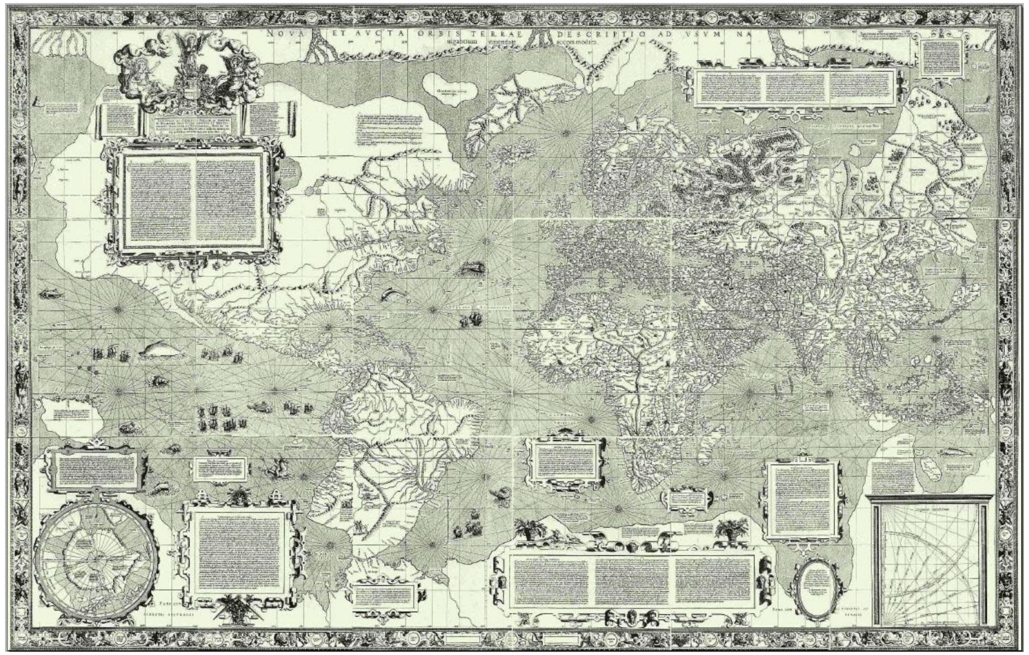
Geógrafo

Cartografo



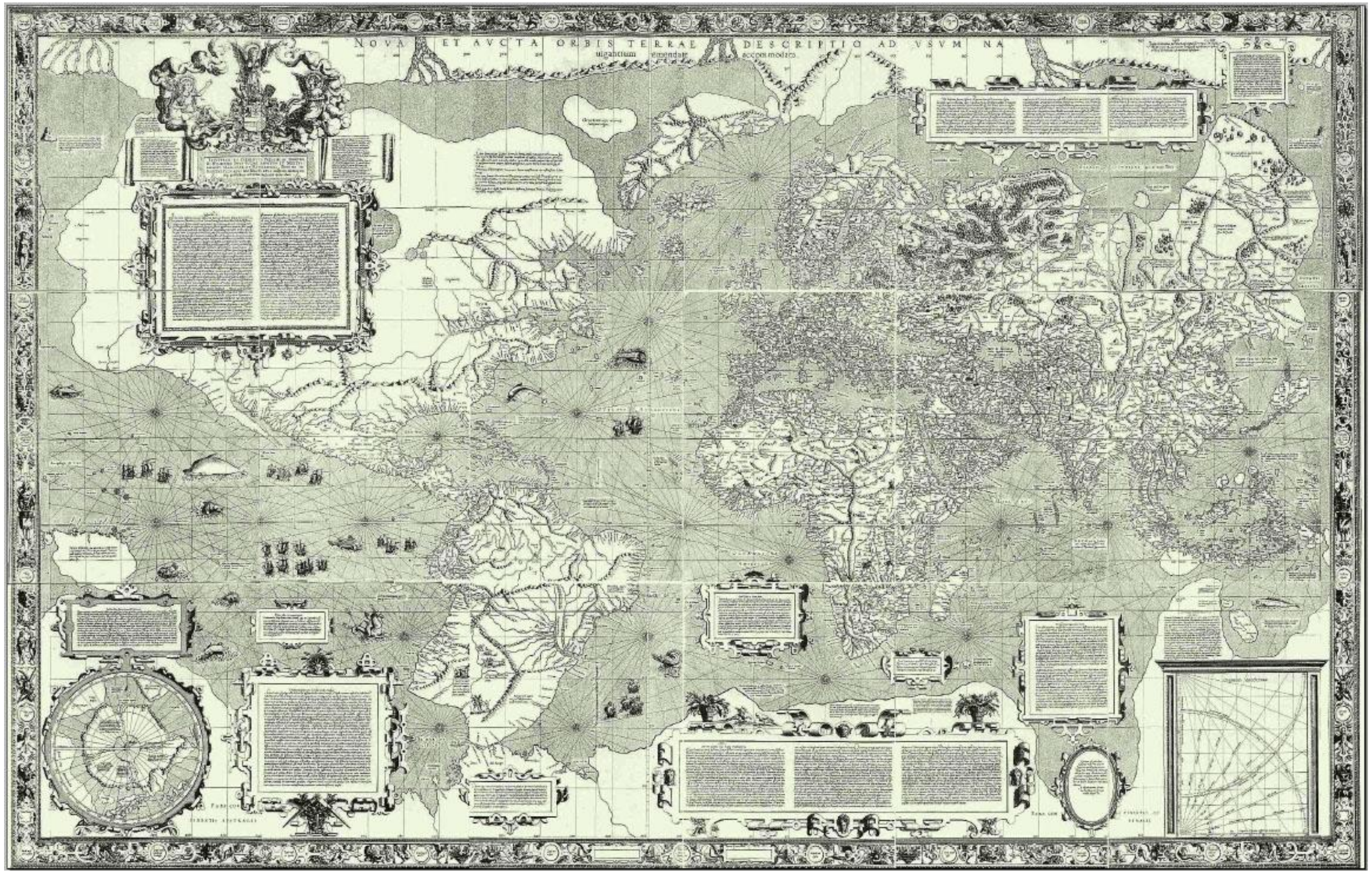
Gerardus Mercator

1541 - Fabricou o seu famoso globo terrestre loxodrómico, com as laxodromias dos oito rumos, de cada quadrante, traçadas a partir de vários pontos situados em diferentes latitudes.



1569 - desenvolveu matematicamente a famosa projeção cilíndrica do globo terrestre sobre uma carta plana, ***Projeção de Mercator*** revolucionando a cartografia da época.

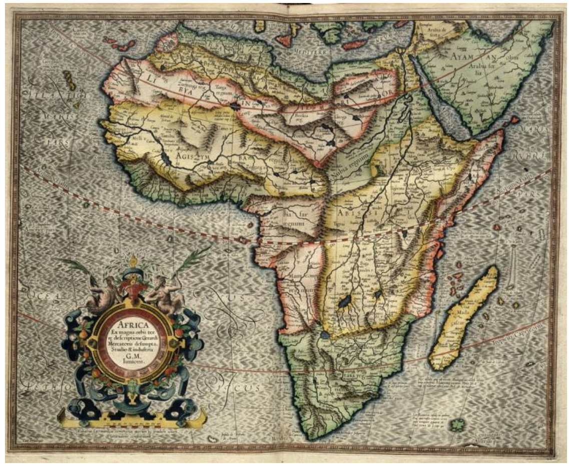
Ciências
ULisboa



“Nova et aucta orbis terrae description ad usum navigantium emendate et accomodata”

"Nova e melhorada descrição do mundo alterada e destinada ao uso de navegadores”

Gerardus Mercator

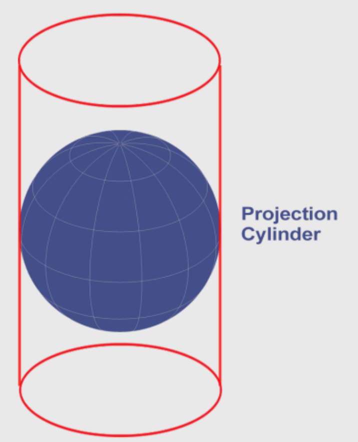


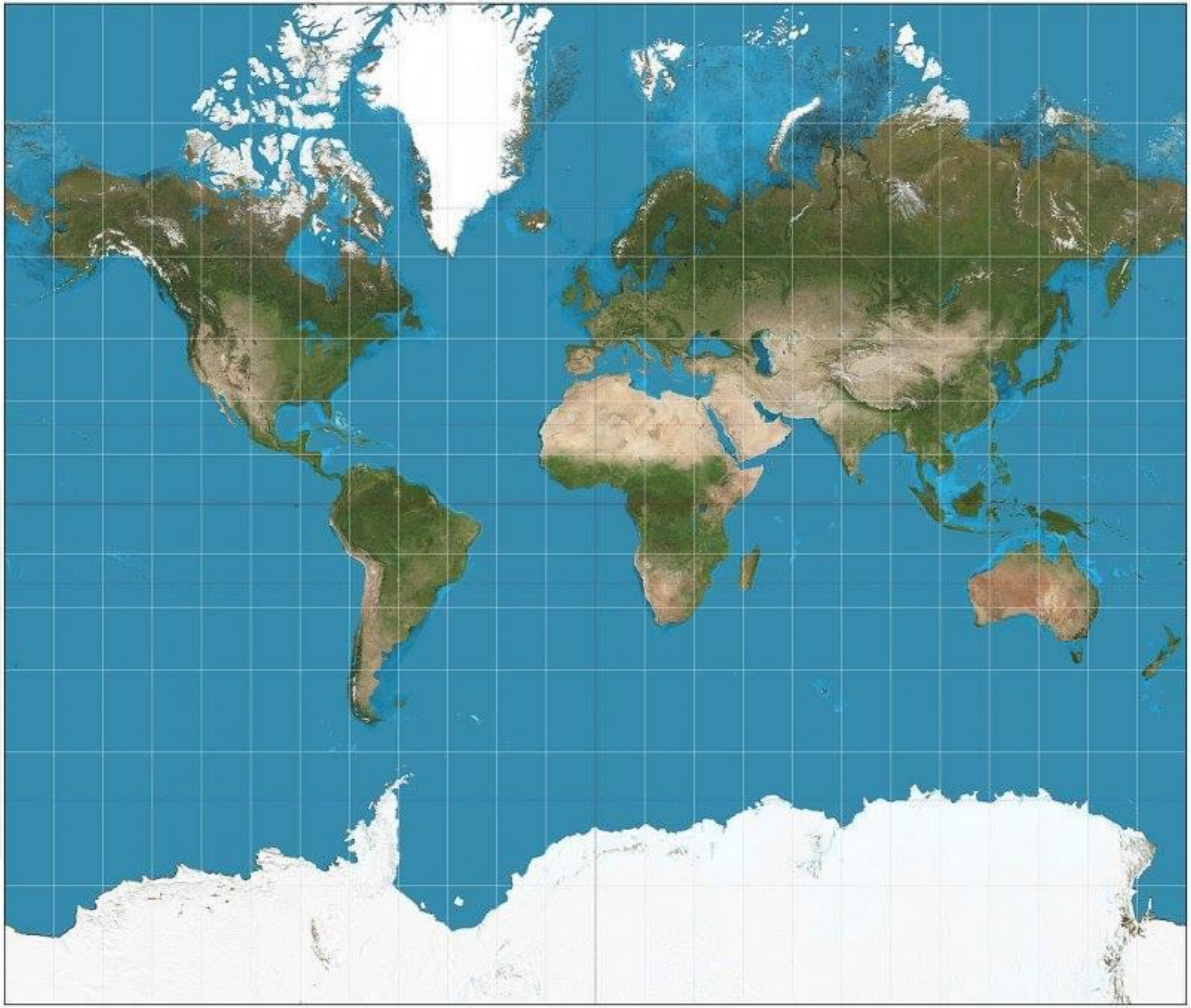
A sua obra é considerada como um marco importante no processo de representação da Terra, a seguir aos descobrimentos.

O seu filho Rumold Mercator, concluiu-a, na publicação de mapas em 1595.

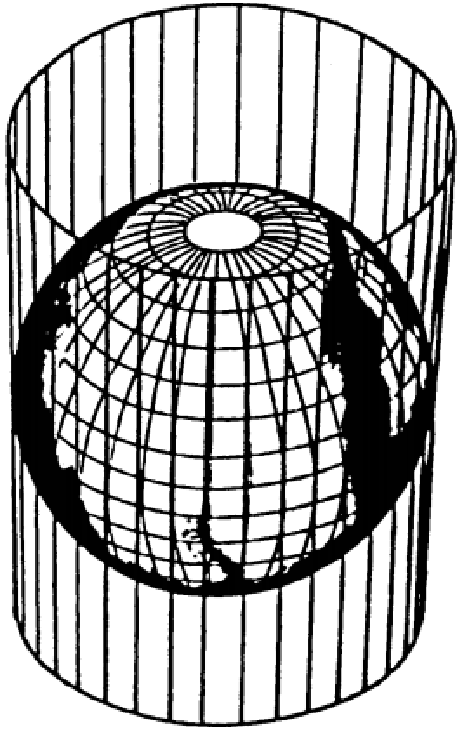
Projeção de Mercator

Projeção cilíndrica conforme

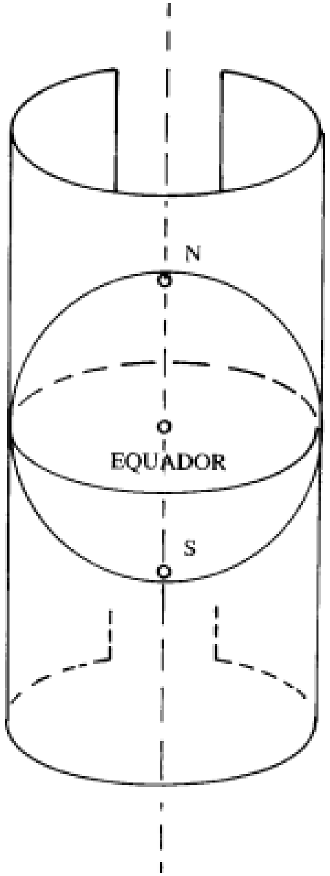




Classificação



Projeção cilíndrica

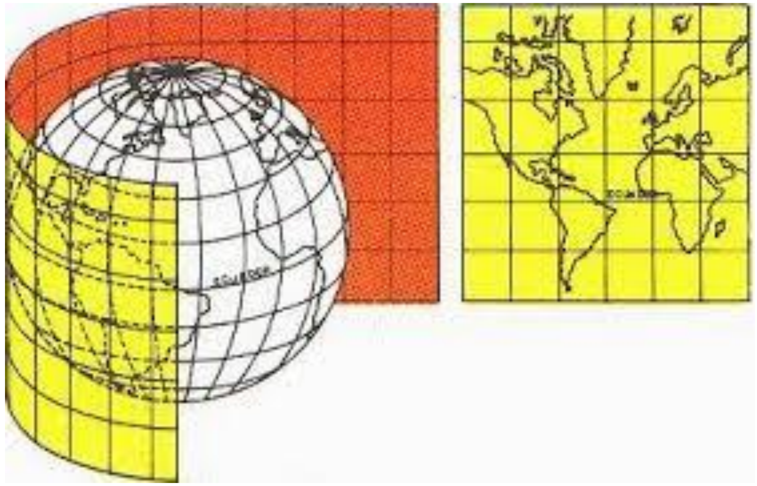


Cilindro tangente no equador

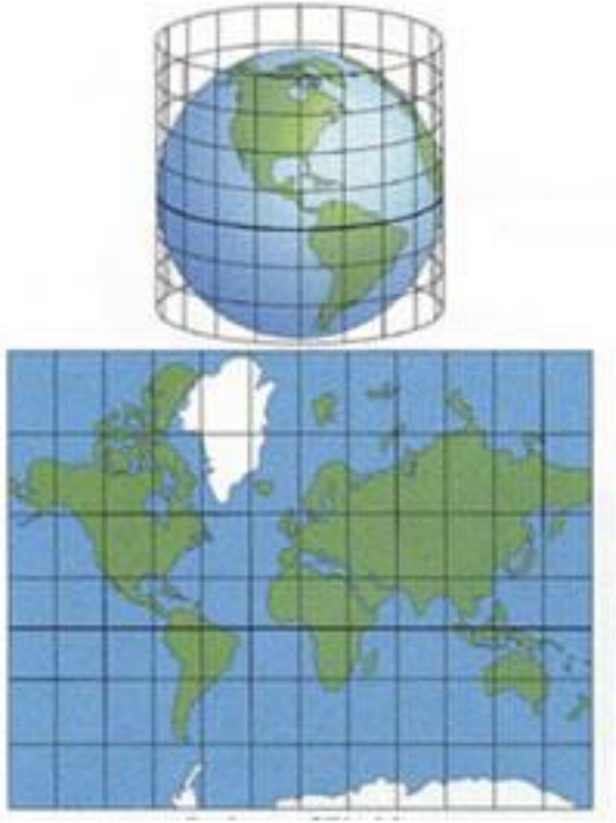
Classe: Projeções por desenvolvimento cilíndrico

A projeção de Mercator é uma modalidade **equatorial** das **projeções cilíndricas**

Categoria: Projeção conforme



Cilíndrica: Superfície de projecção é um cilindro (superfície da terra é projectada num cilindro)

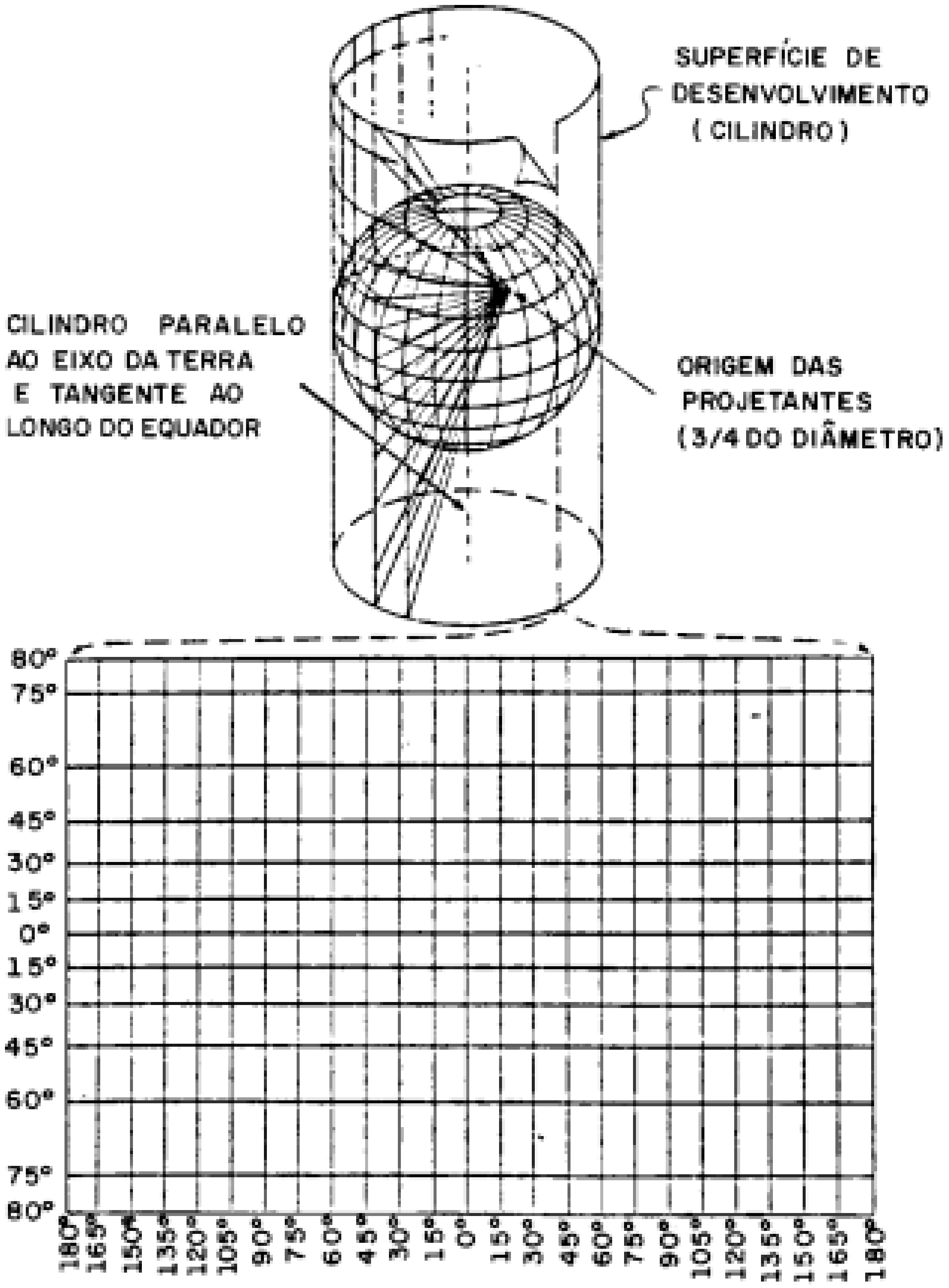


Equatorial: o cilindro é tangente à superfície da Terra no **Equador**

Conforme: os ângulos são representados **sem deformação**; mantêm-se as formas das pequenas áreas (ortomorfa)

Características

Superfície de Desenvolvimento	Cilindro
Projeção	Conforme
Tangência	Equador
Meridianos	Linhas retas igualmente espaçadas
Paralelos	Linhas retas desigualmente espaçadas
Interseção de Paralelos e Meridianos	90º
Uso	Cartas Naúticas; Mapas em pequenas escala



CILINDRO ABERTO COM A PROJ. DESENVOLVIDA

Vantagens vs limitações

Carta Mercator

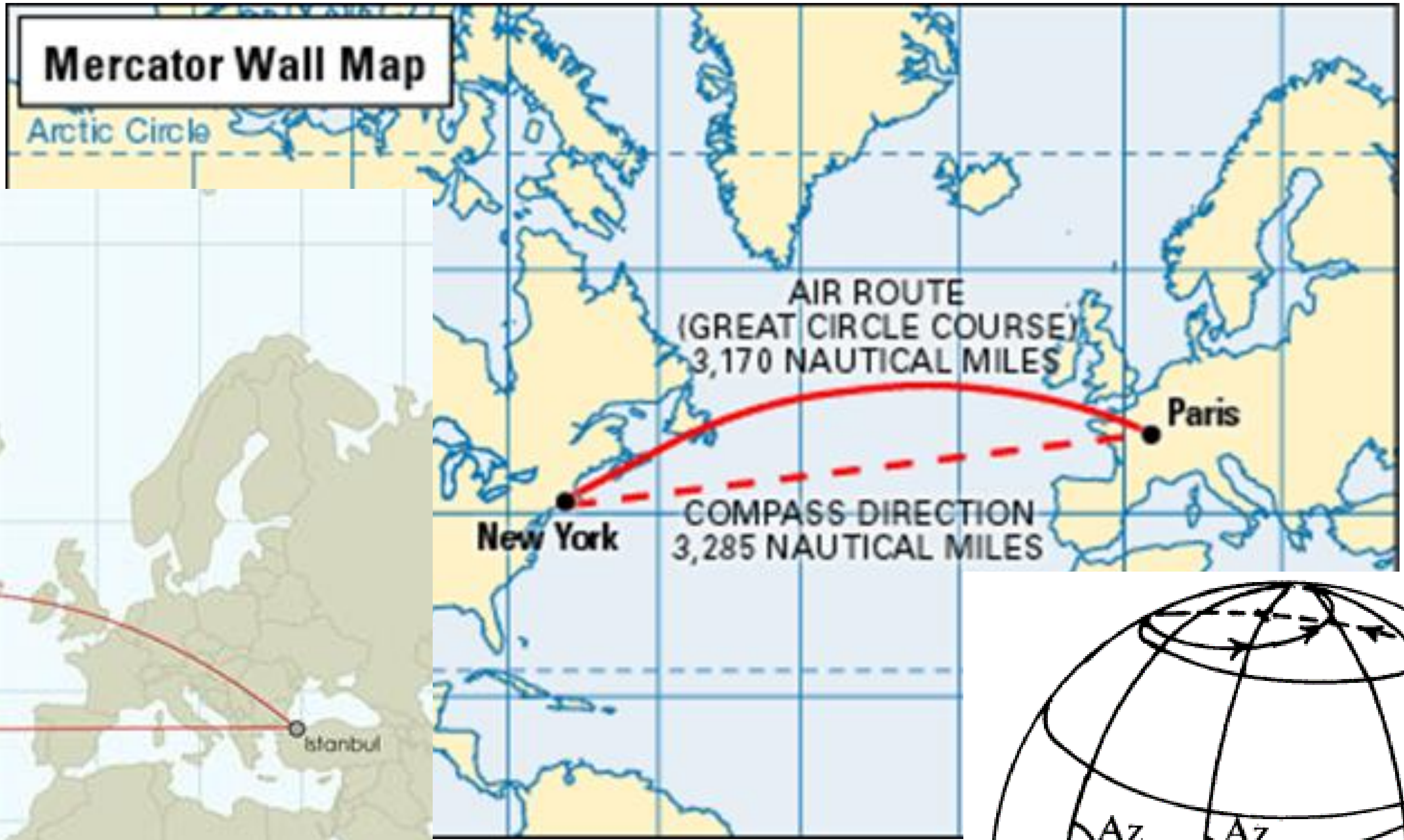
Vantagens

- Os meridianos são representados por linhas retas, os paralelos e o equador são representados por um segundo sistema de linhas retas.
- É fácil identificar os pontos cardiais
- É fácil determinar as coordenadas de qualquer ponto representado.
- Os ângulos medidos na superfície da Terra são representados por ângulos idênticos na carta; direcções e distâncias podem ser medidas nesta.
- Linhas de rumo constante (Loxodromias) são representadas por linhas rectas.

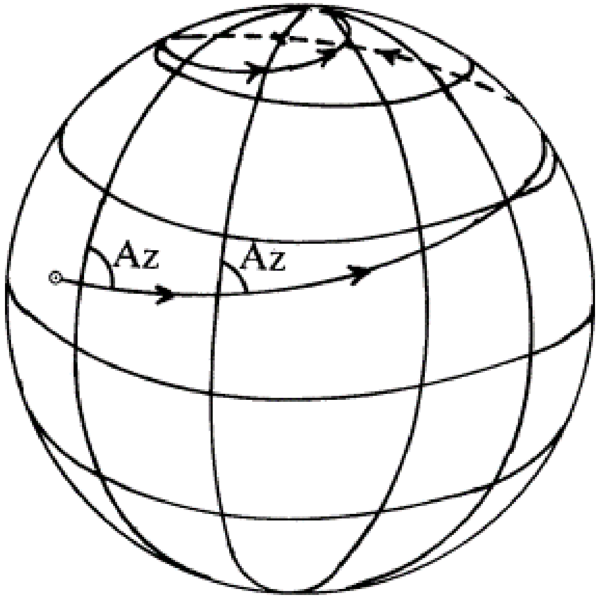
Limitações

- Deformação excessiva nas altas latitudes
- Impossibilidade de representação dos polos
- Círculos máximos, exceto o equador e os meridianos, não são representados por linhas retas

Ciências ULisboa



Linha Loxodrómica



Direções são verdadeiras entre dois pontos no mapa; Mas não apresenta a menor distância entre esses mesmos dois pontos; devido à projecção ser conforme e ter meridianos e paralelos rectilínios,

Distorções

Indicatriz de Tissot

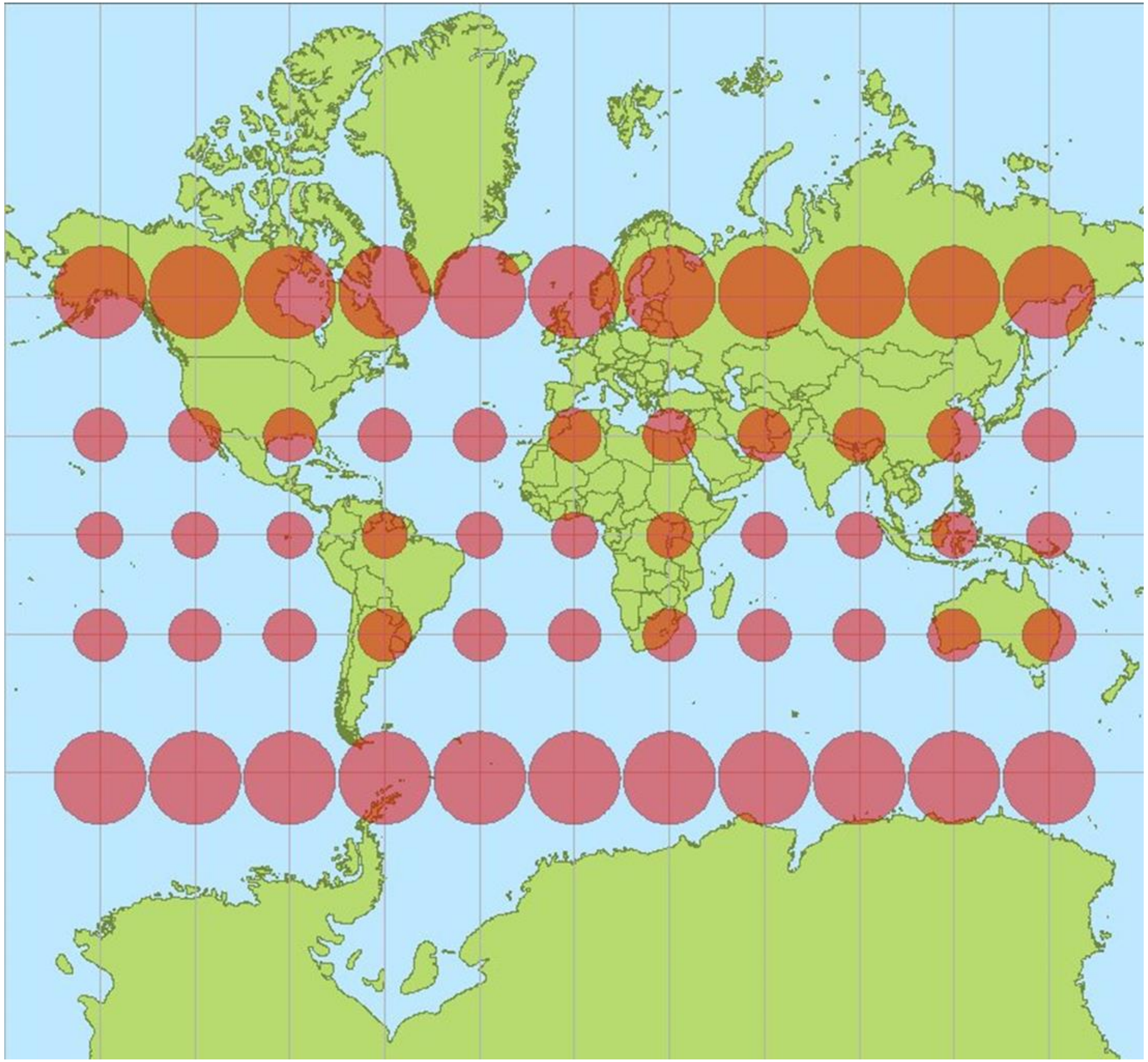
É uma equação geométrica usada para mostrar as distorções no mapa

Geometria resulta de projetar um círculo de raio infinitesimal de um modelo geométrico curvo (globo) num mapa

Indicatriz é apresentado na zona de intersecção de meridianos e paralelos

$$\left(\frac{dx_1}{k_2}\right)^2+\left(\frac{dy_1}{k_1}\right)^2=1$$

Mercator, k_1=k_2



Projeção de Mercator com Indicatriz de Tissot - *Distorção aumenta a partir do equador, e é extrema em regiões polares;*

Transformação Direta

$$y + i \cdot x = f(\Phi + i \cdot \lambda)$$

Sendo C uma constante, para λ=0 a função f é dada por $f = C \cdot \Phi + C_1$

Trabalhando estas equações vão resultar as fórmulas da transformação de latitude isométrica e longitude em coordenadas cartesianas x e y

$$\boxed{\begin{aligned} y &= f(\Phi) = C \cdot \Phi + C_1 \\ x &= \lambda \left(\frac{df}{d\Phi}\right)_{\lambda=0} = \lambda \cdot C \end{aligned}} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} y &= C \cdot \Phi \\ x &= \lambda \cdot C \end{aligned}}$$

Para uma valor constante de latitude isométrica Φ, obtém-se um valor de y

Deformação
Areal e Linear

O módulo da deformação areal é dado por $\mathrm{m} = k^2 = \frac{a^2}{r^2}$

O módulo da deformação linear é dado por $k = \frac{C}{r}$ → $\boxed{k = \frac{dy}{\rho \cdot d\phi} = \frac{dy}{d\sigma} = 1 + \frac{\sigma^2}{2a\rho_0}}$

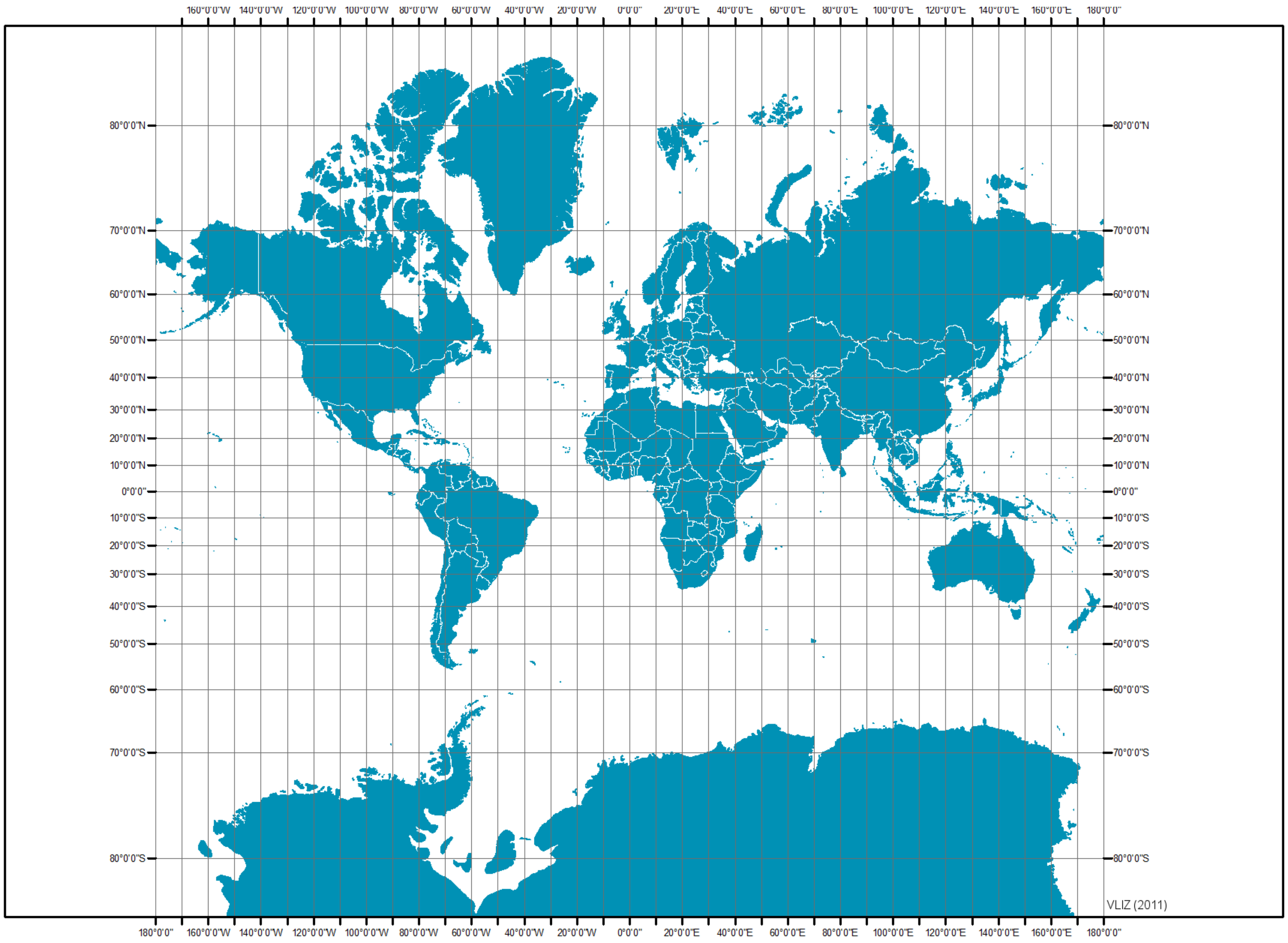
ρ_0 é o raio da curvatura do meridiano num ponto do equador

Pretendendo que sobre o equador o modulo da deformação linear seja 1, então r é igual a a logo C deverá ser igual a a, sendo a o raio equatorial do elipsoide:

$$\boxed{\begin{array}{c} y = a \cdot \Phi \\ x = \lambda \cdot a \end{array}}$$

Sobre o equador k=1, pelo que o valor da ordenada y será $1 + \frac{y^2}{2a\rho_0} = \frac{1}{k_0} \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{2a\rho_0 \cdot (\frac{1}{k_0} - 1)}$

A partir dos 60° de latitude, a escala aumenta rapidamente, o que leva a que as deformações areais aumentem ainda mais (uma vez que a escala areal varia com o quadrado da escala linear


180°0'0"
160°0'0"W
140°0'0"W
120°0'0"W
100°0'0"W
80°0'0"W
60°0'0"W
40°0'0"W
20°0'0"W
0°0'0"
20°0'0"E
40°0'0"E
60°0'0"E
80°0'0"E
100°0'0"E
120°0'0"E
140°0'0"E
160°0'0"E
80°0'0"N
70°0'0"N
60°0'0"N
50°0'0"N
40°0'0"N
30°0'0"N
20°0'0"N
10°0'0"N
0°0'0"
10°0'0"S
20°0'0"S
30°0'0"S
40°0'0"S
50°0'0"S
60°0'0"S
70°0'0"S
80°0'0"S
VLIZ (2011)

Transformação Inversa

Partindo das fórmulas anteriores, obtém-se:

$$\Phi = \frac{y}{a}$$

$$\lambda = \frac{x}{a}$$

Correção da Tangente à corda

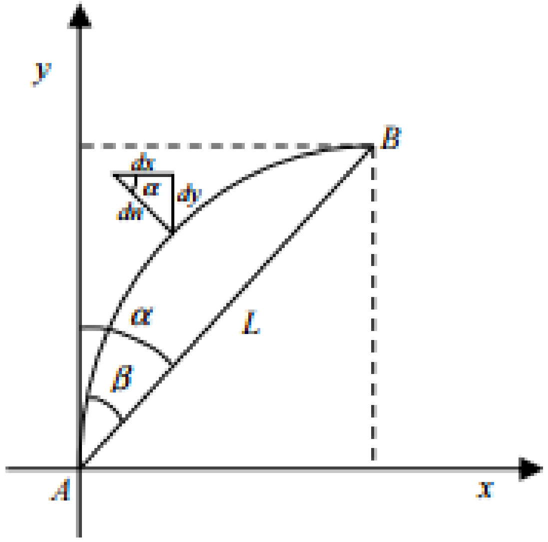
(relativamente ao comprimento da linha sobre o elipsóide)

Curvatura geodésica Γ é dada pelo teorema de Schols : $\Gamma = \frac{1}{k}\frac{dk}{dn}$

$$\Gamma = \frac{1}{k}\frac{y}{a \cdot \rho_0} \cdot \frac{x_B - x_A}{L} \longrightarrow \beta = \frac{1}{2} \cdot \Gamma_{1/3} \cdot L$$

L é o comprimento da linha AB e $\Gamma_{1/3}$ é a curvatura um ponto a 1/3 da distancia AB

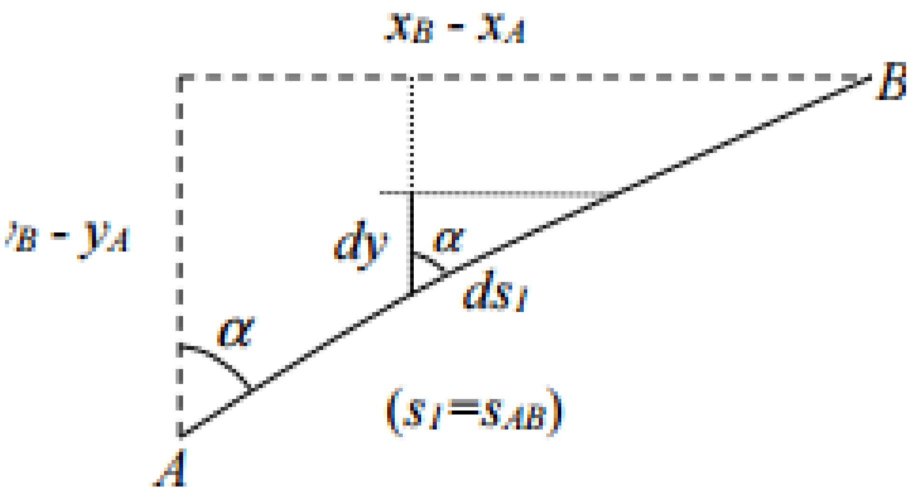
$$\boxed{\beta'' = \frac{1}{6 \cdot a \cdot \rho_0 \cdot \sin 1''} \cdot (2 \cdot Y_A + Y_B) \cdot (x_B - x_A)}$$



β correção tangente à corda (redução à corda)

Na projeção de Mercator k (deformação linear) só depende de y
α o azimute da linha AB

Correção da redução dos comprimentos finitos



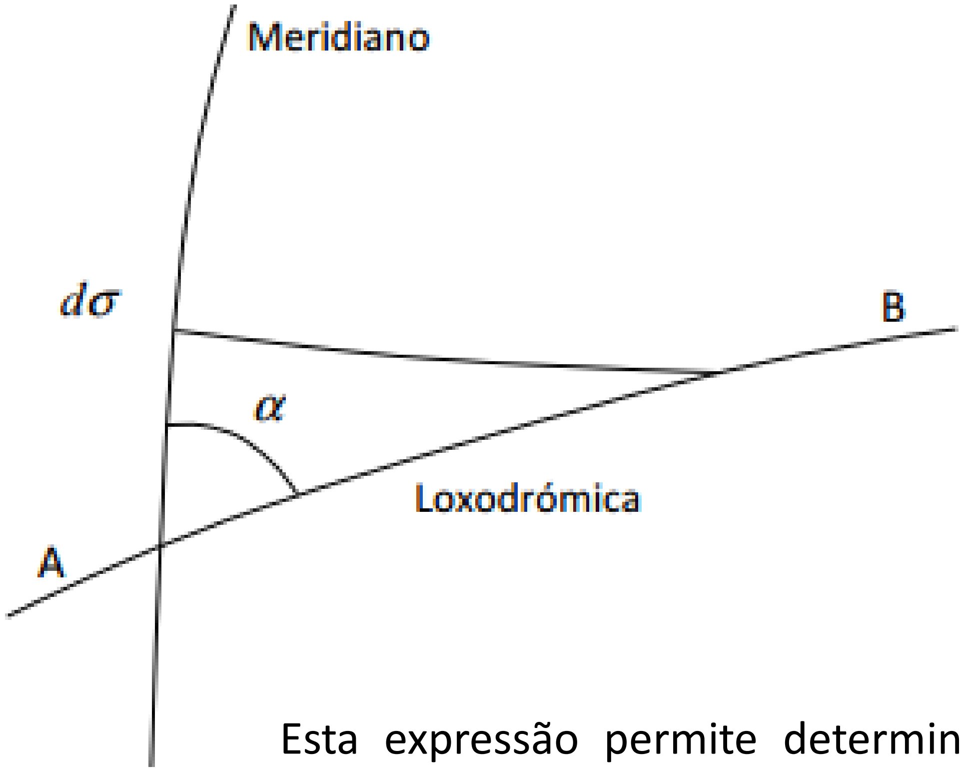
Sendo ds1 o elemento linear sobre a carta

$$ds = \frac{ds_1}{k} = \frac{ds_1}{1 + \frac{y^2}{2 \cdot a \cdot \rho_0}}$$

$$s_1 - s = \frac{1}{6 \cdot a \cdot \rho_0} \cdot (y_B^2 + y_B \cdot y_A + y_A^2)$$

"s_1" comprimento na superfície datum menos o respectivo comprimento "s" na superfície de projeção

Comprimento de uma arco loxodrómica



$$s = \frac{1}{\cos\alpha}\int d\sigma = \frac{\sigma}{\cos\alpha}$$

Esta expressão permite determinar o comprimento de um arco de loxodrómica , dividindo o comprimento do arco meridiano, entre duas latitudes, pelo cosseno do azimute da loxodrómica

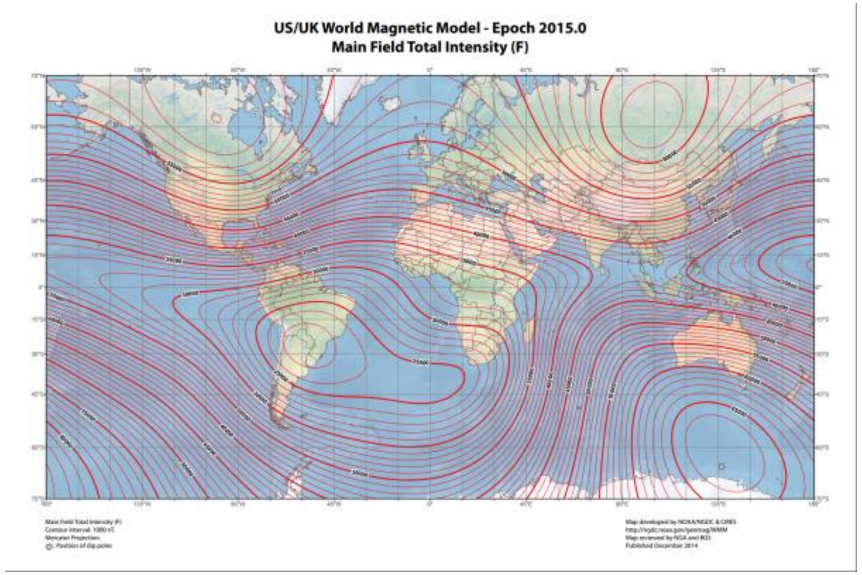
Ciências ULisboa

Utilizações

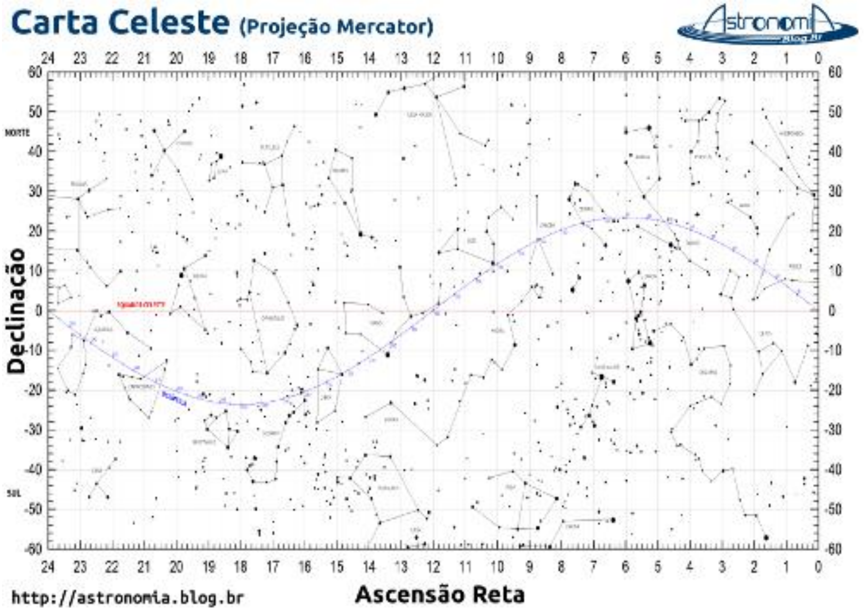
Projecção de Mercator

Cartografia náutica

Cartas de fuso horário



Cartas magnéticas



Cartas celeste

Conclusão

Apesar de haver outros mapas que nos mostravam toda a terra, foi Mercator que nos deu um meio para explorá-la

Na realidade a ideia de Mercator nunca foi que o seu mapa ensinasse geografia; na realidade o seu mapa foi tão útil para marinheiros que a sua popularidade o tornou num dos mapas (projeções) mais conhecidos. Hoje em dia continua a ser a projeção mais usada em todo o mundo.

(Nota curiosidade: se já usaste: GoogleMaps, YahooMaps ou OpenStreetMaps, já realizaste uma trajectória usando Mercator

Ciências ULisboa

Referências

https://egsc.usgs.gov/isb//pubs/MapProjections/projections.html#mercator

http://www.businessinsider.com/mercator-projection-v-gall-peters-projection-2013-12

http://www.maths.usyd.edu.au/u/daners/publ/abstracts/mercator/mercator.pdf

https://luckytoilet.wordpress.com/2010/11/07/notes-on-mercators-projection/

Maio 2017

Catarina Alho

Maria Santos